

# De Hamming-code – werkblad

## De wiskunde van het fouten verbeteren in digitale gegevens

### Afstanden

**A Opgave.** Laat  $a$ ,  $b$ ,  $c$  drie binaire woorden zijn van gelijke lengte (niet per se 4).

a) Als  $d(a, b) = 3$  en  $d(b, c) = 5$ , hoe groot kan dan  $d(a, c)$  *maximaal* zijn?

b) Als  $d(a, b) = 1$  en  $d(a, c) = 6$ , wat is dan de afstand  $d(b, c)$  *minimaal*?

c) Als  $d(a, b) = 2$  en  $d(a, c) = 10$ , ligt  $b$  dan dichterbij  $a$  of bij  $c$ ?

d) Veronderstel dat  $a$  en  $b$  op  $k$  plaatsen verschillen, en  $b$  en  $c$  op  $\ell$  plaatsen.

Op hoeveel plaatsen kunnen  $a$  en  $c$  dan maximaal verschillen?

Kun je dit schrijven als een ongelijkheid waarin  $d(a, b)$ ,  $d(b, c)$  en  $d(a, c)$  voorkomen?

$$d(a, b) \quad \dots \quad d(b, c) \quad \dots \quad d(a, c)$$

### Een code met minimumafstand 2

**B Opgave.** Start met alle 16 rijtjes bits ter lengte 4. Verleng al deze rijtjes met 1 bit (aan het eind) op zo'n manier dat elk verlengd rijtje een **even** aantal 1'en bevat. Deze 16 rijtjes van lengte 5 zijn onze codewoorden.

a) Wat is het codewoord dat bij 1101 hoort?

b) Als je 10011 ontvangt, waarom concludeer je dan dat er iets fout moet zijn gegaan?

Kun je ook zeggen op welke plek iets is fout gegaan?

### Binair rekenen

**C Opgave.**

Bereken:

$$1010101 + 1100110 =$$

$$1111 + 1111 =$$

## De Hamming-code: Coderen

Gebruik in de volgende opgave naar keuze de cirkels (zie de volgende bladzijde) of de vergelijkingen:

$$x_5 = x_2 + x_3 + x_4$$

$$x_6 = x_1 + x_3 + x_4$$

$$x_7 = x_1 + x_2 + x_4$$

**D Opgave.** Codeer de volgende woorden

a) 0101

b) 1111

c) 0000

## De Hamming-code: Decoderen

Gebruik in de volgende opgave naar keuze de cirkels (zie de volgende bladzijde) of de vergelijkingen:

$$b_1 = x_4 + x_5 + x_6 + x_7$$

$$b_2 = x_2 + x_3 + x_6 + x_7$$

$$b_3 = x_1 + x_3 + x_5 + x_7$$

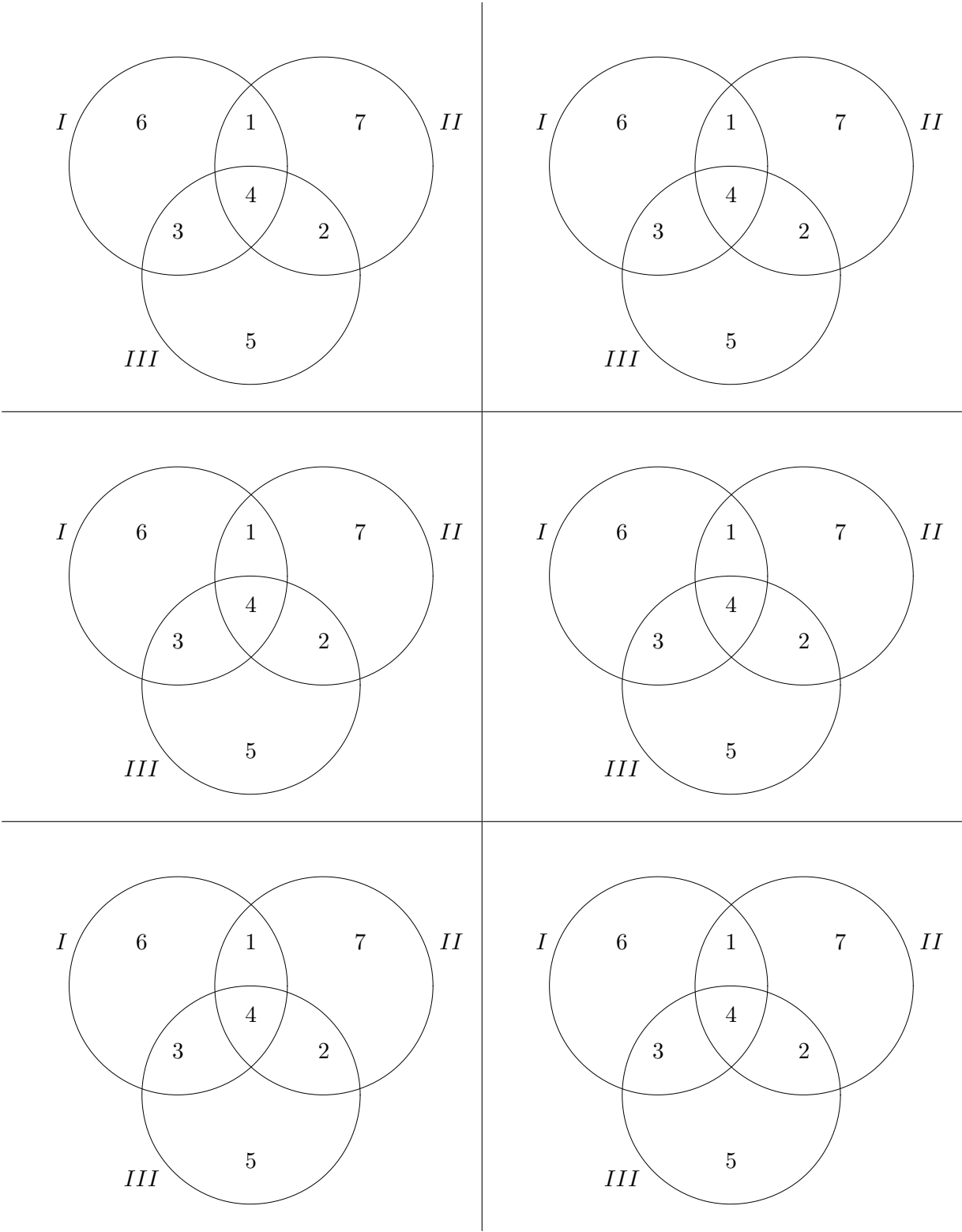
$$\text{verander bit nummer } 4b_1 + 2b_2 + b_3$$

**E Opgave.** Decodeer de volgende woorden (je mag er van uitgaan dat er in ieder woord niet meer dan 1 fout zit)

a) 0111001

b) 0011001

c) 0101100



# Praktikum

Vorm groepjes van 2-3 leerlingen

- **Coderen (eerste groepje):**

- Regel 1: Verzin een woord (van hooguit 5 letters)
- Regel 2: Maak er een binaire vertaling van (5 bits per letter)
- Vul aan met nullen tot het totaal aantal bits een viervoud is
- Regel 3: Verdeel in groepjes van 4 bits
- Regel 4: Codeer ieder viertal m.b.v. de Hamming-code
- Knip: geef Regel 4 en verder door aan een tweede groepje

- **Veranderen (tweede groepje):**

- Regel 5: Schrijf de ontvangen code over, en maak daarbij 2 fouten (niet in hetzelfde woord van 7 bits)
- Knip: geef Regel 4 en verder de veranderde code door aan een derde groepje

- **Decoderen (derde groepje):**

- Regel 6, 7, 8, 9: Decodeer de ontvangen code
- Controleer bij het eerste groepje of de fouten goed gecorrigeerd zijn

## Voorbeeld binaire vertaling letters en leestekens

Met 5 bits (nullen en enen) kunnen we  $32 = 2^5$  letters en leestekens coderen, bijvoorbeeld als volgt.

00000	↔	a	10000	↔	q
00001	↔	b	10001	↔	r
00010	↔	c	10010	↔	s
00011	↔	d	10011	↔	t
00100	↔	e	10100	↔	u
00101	↔	f	10101	↔	v
00110	↔	g	10110	↔	w
00111	↔	h	10111	↔	x
01000	↔	i	11000	↔	y
01001	↔	j	11001	↔	z
01010	↔	k	11010	↔	.
01011	↔	l	11011	↔	,
01100	↔	m	11100	↔	;
01101	↔	n	11101	↔	:
01110	↔	o	11110	↔	-
01111	↔	p	11111	↔	spatie